Chapitre n°7 : « Division »

I. Division euclidienne

Cette division ne concerne que les nombres entiers. En général, lors de la division euclidienne, il y a un reste.
Cette division a été étudiée en primaire

Exemple 1

On considère un groupe de 24 élèves. On veut former des équipes de 5 élèves. Combien peut-on former d'équipes ? Reste-t-il des élèves ?

- $5\times4=20$ **et** $24-20=4$.
- **On peut former 4 équipes de 5 élèves.**
- **Il reste 4 élèves.**

Vocabulaire

- **Le dividende est le nombre que l'on divise (24).**
- **Le diviseur est le nombre qui divise (5).**
- **Le quotient est le nombre de fois qu'il y a le diviseur dans le dividende (4)**
- **Le reste est ce qu'il reste ! (4)**

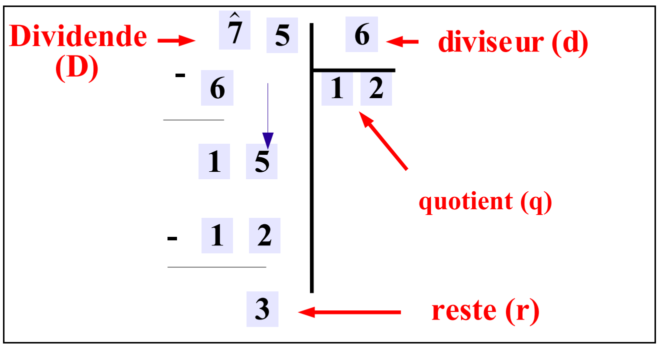
Exemple 2

J'ai 36 billes à partager auprès de 7 camarades. Le dividende est 36 et le diviseur est 7.
On cherche le quotient et le reste.

- **quotient : il y a 7 fois 5 dans 36, c'est donc 5 le quotient ;**
- **reste : il reste** $36-35=1$.

Exemple 3

J'ai 75 chocolats à partager en 6 paquets. Posons la division euclidienne...



La vérification

Posons la division de 148 par 12

$$\begin{array}{rr|l}
 & 1\,4\,8 & 1\,2 \\ \cline{3-3}
- & 1\,2 & 1\,2 \\ \cline{2-2}
 & 2\,8 & \\
 & 2\,4 & \\ \cline{2-2}
 & 4 &
\end{array}$$

- **Dividende : 148**
- **Diviseur : 12**
- **Quotient : 12**
- **Reste : 4**

Vérifications :
Pour vérifier notre division, on multiplie le diviseur par le quotient puis on ajoute le reste :
$12\times12=144$ **et** $144+4=148$.
Il y a un deuxième point à vérifier : le reste est inférieur au quotient.

Propriété

D **représente le dividende,** d **représente le diviseur,** q **représente le quotient et** r **est le reste. On a :**

- $D=(d\times q)+r$ **: « Le dividende est égal au produit du diviseur par le quotient plus le reste ».**
- $r<d$

Autre exemple

Dans la division euclidienne de 79 par 25, trouve le quotient et le reste. Fais les vérifications.
Dividende : 79
Diviseur : 25
Quotient : 3
Reste : 4
Vérification : $25\times3+4=75+4=79$; $4<25$

II. Divisibilité

1/ Diviseurs d'un nombre entier

Activité/Exemples

- **7 divise 35 car** $7\times5=35$.
- **11 ne divise pas 34 car dans 34, il y a 3 fois 11 et il reste 1.**

On comprend que si le reste est nul (c'est à dire égal à 0), l'un des deux nombres divise l'autre.

<u>Définition (à comprendre)</u>

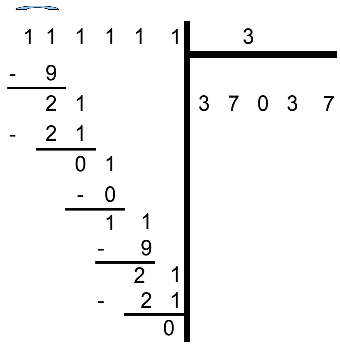
Un nombre d divise un nombre D si le reste dans la division euclidienne de D par d est nul.

<u>Exemples</u>

- **Est-ce que 3 divise $111\,111$?**

Il faut poser la division euclidienne de $111\,111$ par 3.

On obtient un reste égal à 0. On peut donc dire que 3 divise $111\,111$



- **Est-ce que 25 divise 225 ?**

Oui ! On reconnaît la table de 25. On sait par cœur que $8\times25=200$. On en déduit que $225=9\times25$ (le reste est nul !).

- **Est-ce que 109 est divisible par 9 ?**

On remarque que $9\times11=99$ et $9\times12=108$. On peut donc mettre 12 fois 9 dans 108 mais il reste 1.
Donc 9 ne divise pas 109 !

<u>S'exprimer</u>

- **« 3 divise 21 »**
- **« 21 est divisible par 3 »**
- **« 3 est un diviseur de 21 »**

<u>Remarque</u>

Il est bon de connaître le sens du mot « multiple ». Par exemple, 21 est un multiple de 3.
Les multiples de 5 sont les résultats de la table de 5 : 5, 10, 15....

2/ <u>Les critères de divisibilité</u>

<u>Critère de divisibilité par 2</u>

Un nombre entier est divisible par 2 si son chiffre des unités est égal à 0, 2, 4, 6 ou 8 (autrement dit, s'il est pair)

<u>Exemples</u>

102 est divisible par 2 car son chiffre des unités est pair.
1409 n'est pas divisible par 2 car son chiffre des unités est impair.

Critère de divisibilité par 3

Un nombre entier est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est dans la table de 3.

Exemples

7803 est divisible par 3 car la somme de ses chiffres $7+8+0+3=15+3=18$ est dans la table de 3.
54031 n'est pas divisible par 3 car $5+4+0+3+1=13$ n'est pas dans la table de 3.

Critère de divisibilité par 4

Un nombre entier est divisible par 4 si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est dans la table de 4

Exemples

456836 est divisible par 4 car 36 est dans la table de 4.
4901 n'est divisible par 4 car 01 n'est pas dans la table de 4.

Critère de divisibilité par 5

Un nombre entier est divisible par 5 si son chiffre des unités est égal à 0 ou 5

Exemple

505 est divisible par 5 car son chiffre des unités est 5.
4993 n'est pas divisible par 5 car son chiffre des unités n'est pas égal à 0 ou 5.

Critère de divisibilité par 9

Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est dans la table de 9.

Exemples

954 est divisible par 9 car $9+5+4=18$ et 18 est dans la table de 9.
303 n'est pas divisible par 9 car $3+0+3=6$ et 6 n'est pas dans la table de 9.

Critère de divisibilité par 10

(trop facile)

Exemples

5621580 est …
562 n'est pas …

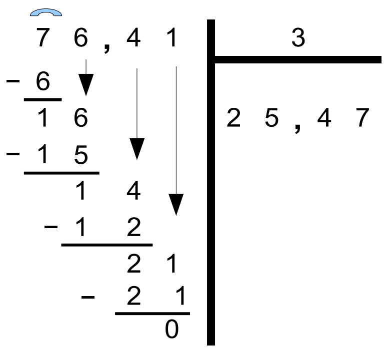
Exercice de cours

Nombres	par 2	par 3	par 4	par 5	par 9
73 425	non	oui	non	oui	non
14 520	oui	oui	oui	oui	non
6 731	non	non	non	non	non
83 646	oui	oui	non	non	oui

III. Division décimale

Activité/Méthode

Lors d'une fête de quartier, trois enfants ont vendu des crêpes. En fin de journée, ils font les comptes afin d'avoir leur part. Ils trouvent 76,41 €. Quelle sera la part de chacun ?



- **On commence la division avec la partie entière du nombre.**
- **On place la virgule au quotient au moment où l'on abaisse le chiffre des dixièmes.**
- **On continue jusqu'à obtenir un reste nul.**

Remarque

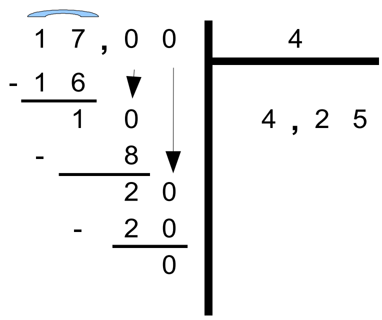
A partir de maintenant, on va faire la différence entre quotient de la division euclidienne et quotient de la division décimale (qui est le résultat exact de la division !)

Définition

Le quotient est le résultat (exact !) d'une division. On obtient ce résultat grâce à la division décimale.

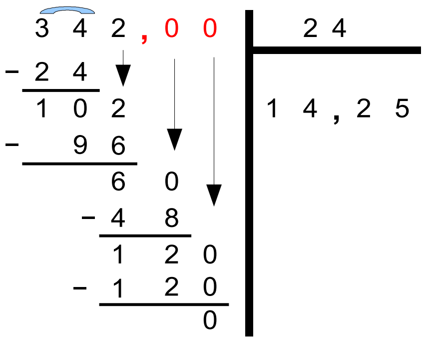
Exemples

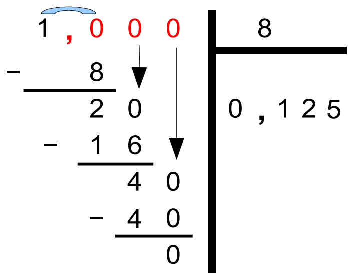
- **Le quotient de 9 par 2 est 4,5 : $9 \div 2 = 4{,}5$.**
- **Le quotient de 36 par 4 est 9 : $36 \div 4 = 9$**
- **Pose la division décimale de 17 par 4 : on a $17 \div 4 = 4{,}25$.**



Des divisions décimales à savoir refaire

Calcule $342 \div 24$ et $1 \div 8$.





Des divisions de tête

$3{,}6 \div 9 = 0{,}4$ **car** $36 \div 9 = 4$.

$1 \div 2 = 0{,}5$ **(pensez à un euro divisé par 2)**

$1 \div 4$ =0,25 (pensez à la table de 25)

$1 \div 5$ =0,2

$1 \div 10 = 0{,}1$

IV. Résolution de problèmes

Quelques conseils...

- **Lire correctement l'énoncé, s'assurer que l'on comprend tous les mots et s'imaginer la situation du problème. On peut souligner les passages importants.**
- **Découper le problème en plusieurs étapes moins difficiles. Faire des phrases pour expliquer et poser les calculs.**
- **Faire une phrase de conclusion.**

Exemple 1 (n°46 page 77)

28 personnes visitent une grotte. L'entrée coûte 4,50 euros. 8 billets donne une entrée gratuite.

- **Combien de billets gratuits ?**

Puisqu'il y a 3 **fois** 8 **dans** 28**, il y aura** 3 **billets gratuits.**

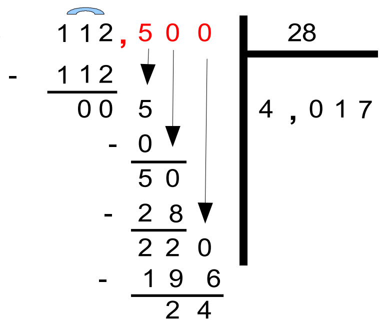
- **Montant total ?**

Pour l'instant, on a $3\times8=24$ **entrées payantes plus** 3 **entrées gratuites. Il faut donc ajouter une** $25^{ème}$ **entrée payante. Le montant total est** $25\times4{,}50=112{,}50$ **euros (à poser)**

- **A combien revient le prix rapporté à une personne ?**

Pour calculer le quotient de 112,50 par 28.

La division ne semble pas s'arrêter. Puisque 4,017 est proche de 4,02. Le prix pour une personne revient à 4 euros et 2 centimes.



V. Valeurs approchées : par excès ou par défaut

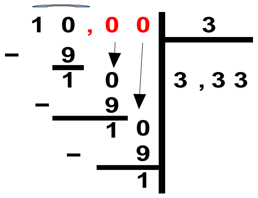
Remarques

- **Une valeur approchée d'un nombre donné est un autre nombre qui est proche (de ce nombre donné). Par exemple : une valeur approchée de 6,57 est 6,60 ou encore 6,50. Le problème est qu'il y a plusieurs valeurs approchées possibles.**

- **Il faut se mettre d'accord sur un « type » de valeur approchée....**

Exemple/Activité

On a dix euros à partager auprès de 3 personnes. Comment fait-on ?
Il faut poser la division euclidienne de 10 par 3



- **On n'obtient pas un résultat exact. Il faut donc donner une valeur approchée du résultat.**
- **Chaque personne aura 3,33 euros. Cette valeur est inférieure au résultat et s'arrête au centième.**
- **On dit que 3,33 est une valeur approchée par défaut au centième**

Définition/Méthode

- **Donner une valeur approchée par défaut à l'unité, au dixième, au centième... c'est donner la valeur inférieure la plus proche en gardant 0 , 1 , 2 … chiffre(s) dans la partie décimale.**
- **Donner une valeur approchée par excès à l'unité, au dixième, au centième... c'est donner la valeur supérieure la plus proche en gardant 0 , 1 , 3 … chiffre(s) dans la partie décimale.**

Exemples

Division	Affichage calculatrice	A l'unité, par défaut et par excès	Au dixième...	Au centième....
$1 \div 7$	**0,1428571429** ...	D : **0** E : **1**	D : **0,1** E : **0,2**	D : **0,14** E : **0,15**
$256 \div 13$	**19,69230769** ...	D : **19** E : **20**	D : **19,6** E : **19,7**	D : 19,69 E : 19,70
$58 \div 15$	**3,8666666666** ...	D : 3 E : 4	D : 3,8 E : 3,9	D : 3,86 E : 3,87

Autre exemple

Pose la division décimale de 67 par 15 puis donne la valeur approchée par excès au centième près.

Cette division ne s'arrête pas :
on a $67 \div 15 = 4{,}466...$

La valeur approchée par excès est 4,47 .

$$
\begin{array}{r|l}
67{,}000 & 15 \\
\cline{2-2}
-\ 60 & 4{,}466 \\
\cline{1-1}
7\ 0 & \\
-\ 6\ 0 & \\
\cline{1-1}
1\ 0\ 0 & \\
-\ 9\ 0 & \\
\cline{1-1}
1\ 0\ 0 & \\
-\ 9\ 0 & \\
\cline{1-1}
1\ 0 &
\end{array}
$$

VI. Division par 10, 100, 1000... puis par 0,1 ; 0,01 ; 0,001...

Activité

$7 \div 10 = \dfrac{7}{10} = 0{,}7$; $8 \div 100 = \dfrac{8}{100} = 0{,}08$; $\dfrac{52}{1000} = 0{,}052$

$7{,}5 \div 10 = 0{,}75$; $\dfrac{7{,}5}{100} = 0{,}075$ ...

Méthode

Pour diviser un nombre décimal par 10 , 100 , 1000 … on décale la virgule vers la gauche de 1 , 2 , 3 … chiffres.
On ajoute des zéros si nécessaire.

Exemples

$A = 5{,}65 \div 100$
$A = 0{,}0565$

$B = \dfrac{0{,}2}{10}$
$B = 0{,}02$

$C = 789 \div 1000$
$C = 0{,}789$

$D = \dfrac{45{,}6}{100}$
$D = 0{,}456$

$E = \dfrac{7}{1000}$
$E = 0{,}007$

$F = 0{,}25 \div 10$
$F = 0{,}025$

$G = 78912{,}854 \div 1000$
$G = 78{,}912854$

$H = \dfrac{15{,}2}{1000}$
$H = 0{,}0152$

Activité 2

$2 \div 0{,}1 = 20$; $2{,}5 \div 0{,}1 = 25$; $1 \div 0{,}01 = 100$; $0{,}1 \div 0{,}01 = 10$; $0{,}2 \div 0{,}01 = 20$;
$1{,}2 \div 0{,}01 = 120$

Méthode

Pour diviser un nombre décimal par $0{,}1$, $0{,}01$, $0{,}001$ … on décale la virgule vers la droite de 1 , 2 , 3 … chiffres.
Parfois, il faut ajouter des zéros.

Exercice récapitulatif

$7{,}3 \times 100 = 730$
$14{,}5 \div 0{,}1 = 1{,}45$
$15{,}36 \times 0{,}001 = 0{,}01536$
$0{,}25 \times 1000 = 250$
$12{,}65 \div 1000 = 0{,}01265$

Tableau récapitulatif

	10 , 100 , 1000 ...	$0{,}1$; $0{,}01$; $0{,}001$ ...
Division par...	Vers la gauche	Vers la droite
Multiplication par...	Vers la droite	Vers la gauche

Pour lundi 7 mars

- **Apprendre le cours et refaire des exercices pour préparer le contrôle d'une heure !**