

## Contrôle : « Ensembles de nombres, P.G.C.D et fractions »

*La présentation et la rédaction sont prises en compte dans la notation*

### Exercice 1 (3 points)

- 1/ Explique l'expression « nombres premiers entre eux ».
- 2/ A quelle condition un nombre  $d$  divise un nombre  $n$  ? (donne la définition du cours).
- 3/ Donne le critère de divisibilité par 9.

### Exercice 2 (4 points)

Pour chaque expression, donne le résultat sous la forme d'une fraction irréductible. Est-ce que le nombre obtenu est un nombre rationnel ? Un nombre décimal ? Justifie ta réponse.

$$A = \frac{5}{6} - \frac{7}{12}$$

$$B = \frac{25}{21} \times \frac{-14}{-15}$$

$$C = \left( \frac{-2}{5} + \frac{1}{3} \right) \div \frac{-3}{8}$$

### Exercice 3 (2 points)

- 1/ Écris la liste des diviseurs de 42 et 63.
- 2/ Quel est le P.G.C.D de 42 et 63 ?

### Exercice 4 (3 points)

- 1/ En utilisant la méthode par soustractions successives, cherche le P.G.C.D de 1224 et 936.
- 2/ En utilisant l'algorithme d'Euclide, démontre que les nombres 1432 et 587 sont premiers entre eux.

### Exercice 5 (3 points)

On considère les nombres  $A = \frac{117}{63}$  et  $B = -\frac{8}{7}$ .

- 1/ Explique pourquoi la fraction  $A$  n'est pas irréductible. Simplifie cette fraction pour la rendre irréductible (avec le détail !).
- 2/ Utilise le résultat précédent pour calculer  $A + B$ .

### Exercice 6 (3 points)

Un pâtissier dispose de 411 cerises et de 685 prunes. Afin de préparer des tartelettes, il désire répartir ces fruits en les utilisant tous et en obtenant le maximum de tartelettes identiques.

- 1/ Calculer le nombre de tartelettes. **Justifie clairement ta réponse.**
- 2/ Calculer le nombre de cerises et de prunes dans chaque tartelette.

### Exercice 7 (2 points)

Un fleuriste a reçu 1756 roses blanches et 1317 roses rouges. Il réalise un maximum de bouquets identiques en utilisant toutes les fleurs.

- 1/ Quel est le nombre de bouquets ?
- 2/ Quel est la composition de chaque bouquet ?

## Correction

**Exercice 1** Voir le cours...

**Exercice 2**

$$A = \frac{5}{6} - \frac{7}{12}$$

$$A = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} - \frac{7}{12}$$

$$A = \frac{10}{12} - \frac{7}{12}$$

$$A = \frac{3}{12}$$

$$A = \frac{1}{4}$$

$$B = \frac{25}{21} \times \frac{-14}{-15}$$

$$B = + \frac{\cancel{5} \times 5 \times \cancel{7} \times 2}{\cancel{7} \times 3 \times \cancel{5} \times 3}$$

$$B = + \frac{10}{9}$$

$$C = \left( \frac{-2}{5} + \frac{1}{3} \right) \div \frac{-3}{8}$$

$$C = \left( \frac{-2 \times 3}{5 \times 3} + \frac{1 \times 5}{3 \times 5} \right) \div \frac{-3}{8}$$

$$C = \left( \frac{-6}{15} + \frac{5}{15} \right) \div \frac{-3}{8}$$

$$C = \frac{-1}{15} \times \frac{8}{-3}$$

$$C = \frac{8}{45}$$

$A$ ,  $B$  et  $C$  sont des nombres rationnels puisqu'ils s'écrivent sous la forme  $\frac{a}{b}$  ;  $a$  et  $b$  étant deux entiers non nuls. Par contre, seul  $A$  est un nombre décimal car il a une partie décimale finie :

$$\frac{1}{4} = 0,25.$$

**Exercice 3**

1/ Les diviseurs de 42 sont 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21 et 42.

Les diviseurs de 63 sont 1, 3, 7, 9, 21 et 63.

2/ Donc P G C D ( 42 , 63 ) = 21.

**Exercice 4**

1/

1224	936
936	288
288	648
288	360
288	72
72	216
72	144
72	72
72	0

Donc P G C D ( 1224 , 936 ) = 72

2/

Dividende	diviseur	reste	quotient
1432	587	258	2
587	258	71	2
258	71	45	3
71	45	26	1
45	26	19	1
26	19	7	1
19	7	5	2
7	5	2	1
5	2	1	2
2	1	0	2

Le dernier reste non nul est 1 donc ces deux nombres sont premiers entre eux.

**Exercice 5**

1/ Dans 117 la somme des chiffres est  $1+1+7=9$ . Puisque 9 est dans la table de neuf, 117 est divisible par 9. De même pour 63. On en déduit alors que A n'est pas irréductible.

$$A = \frac{117}{63}$$

$$A = \frac{13 \times \cancel{9}}{7 \times \cancel{9}}$$

$$A = \frac{13}{7}$$

$$2/ A+B = \frac{13}{7} + \left(-\frac{8}{7}\right)$$

$$A+B = \frac{13}{7} - \frac{8}{7}$$

$$A+B = \frac{5}{7}$$

**Exercice 6**

1/ Puisque le pâtissier souhaite utiliser tous les fruits, il faut que le nombre de tartelettes divise (sans reste !) le nombre de cerises et de prunes. Mais il veut aussi en faire le plus possible ; il s'agit donc ici de chercher le plus grand diviseur commun de 411 et 685.

Dividende	diviseur	reste	quotient
685	411	274	1
411	274	137	1
274	137	0	2

137 est le nombre de tartelettes puisque c'est le dernier reste non nul.

2/ Il y a  $\frac{685}{137} = 5$  prunes et  $\frac{411}{137} = 3$  cerises par tartelette.

**Exercice 7**

1/ De même que pour l'exercice précédent, on a besoin de calculer le PGCD de 1756 et 1317. Utilisons la méthode d'Euclide :

Dividende	diviseur	reste	quotient
1756	1317	439	1
1317	439	0	3

Il y a donc 439 bouquets.

2/ Dans chaque bouquet il y a  $\frac{1756}{439} = 4$  roses blanches et  $\frac{1317}{439} = 3$  roses rouges.