Chapitre 1 : « Équations et inéquations du 1er degré »

I. Équation

1/ Vocabulaire (rappels)

On considère l'équation suivante $3{,}2x+x^2=2x^2-7$. Il y a :

- le symbole $=$ et une (ou plusieurs) inconnue x (ou y, z, t...) ;
- des nombres, des opérations, des parenthèses ;
- un membre de gauche $3{,}2x+x^2$, un membre de droite $2x^2-7$.

Résoudre une équation, c'est trouver la ou les valeurs possibles de l'inconnue.

Exemple
Résoudre $x+4=6$. La solution est $x=2$ car $2+4=6$.

2/ Tester une équation

Sans chercher à résoudre une équation, on peut essayer de voir si un nombre est solution ou non de cette équation.

Exemple
On considère l'équation $2x-8=2(7-4{,}5x)$. Tester cette équation pour $x=1$, c'est voir si 1 est une solution ou non de cette équation :

- $2x-8=2\times1-8=2-8=-6$
- $2(7-4{,}5x)=2(7-4{,}5\times1)=2(7-4{,}5)=2\times2{,}5=5$
- Puisque $-6\neq5$, $x=1$ n'est pas une solution.

3/ Équations simples

$x-5=11$ $x=16$	$x+3=-2$ $x=-5$	$2x+1=5$ $x=2$	$x-5=-9$ $x=-4$	$2+x=-11$ $x=-13$

$2x=15$ $x=7{,}5$	$45=9x$ $x=5$	$\frac{12}{x}=4$ $x=3$	$-x-2=5$ $-(\ldots)-2=5$ $x=-7$	$-2x=42$ $x=-21$

4/ Méthode générale pour résoudre une équation

Méthode sur un exemple

On veut résoudre l'équation $2x-7=5x+8$

- 1ère étape : « on rassemble les nombres entre eux »

  $2x\cancel{-7}\mathbf{\cancel{+7}}=5x+8\mathbf{+7}$ (on ajoute dans chaque membre le nombre 7)
  $2x=5x+15$ (il y a un seul « nombre » à droite)

- 2ème étape : « on rassemble les termes en x »

  $2x\mathbf{-5x}=\cancel{5x}+15\mathbf{\cancel{-5x}}$ (on retranche $5x$ dans chaque membre)
  $-3x=15$ (les x sont à gauche, les nombres sont à droite)

- 3ème étape : « on trouve l'inconnue »

  $-3x=15$
  $x=15\div-3$
  $x=-5$

Principe fondamental

On ne change pas les solutions d'une équation si on ajoute ou retranche une même quantité dans chaque membre.

Autres exemples

Résoudre avec cette méthode les équations suivantes.

$-8x+3=7x-21$
$-8x\cancel{+3}\mathbf{\cancel{-3}}=\mathbf{-3}+7x-21$
$-8x=-24+7x$
$\mathbf{-7x}-8x=\mathbf{\cancel{-7x}}-24\cancel{+7x}$
$-15x=-24$
$x=\frac{-24}{-15}$
$x=\frac{8}{5}$

Rappels

- $15-3x$ ne se calcule pas car 15 et $-3x$ ne sont pas de la même nature. Par contre, $15x-3x=12x$.
- $2+8x-7-3x$ est constituée de quatre termes : 2, $+8x$, -7 et $-3x$.
  2 et -7 sont de même nature, $+8x$ et $-3x$ sont de même nature.
  Donc $2+8x-7-3x=-5+5x$
- L'équation $ax=b$ a pour solution $x=\frac{b}{a}$. Ainsi, $-3x=8$ a pour solution $x=\frac{8}{-3}$

Un exemple plus complexe à savoir refaire

$7x-2(3x+8)=5-5x+8$

$7x-2\times 3x-2\times(+8)=13-5x$ « On a distribué -2 sur $3x$ et sur $+8$ dans le membre de gauche. On a calculé $5+8$ dans le membre de droite »

$7x-6x-16=13-5x$ « On a calculé $-2\times 3x=-6x$ et $-2\times(+8)=-16$ »

$x-16=13-5x$ « On a calculé $7x-6x=1x=x$ »

$x-\cancel{16}+\cancel{16}=13-5x+16$

$x=-5x+29$

$x+5x=-\cancel{5x}+29+\cancel{5x}$

$6x=29$

$x=\dfrac{29}{6}$

5/ Rappels fondamentaux

- Addition de nombres relatifs

$(-6)+(+12)=+6$; $(-6)+(-5)=-11$; $-6+7=+1$; $8-19=-11$

- Soustraction des nombres relatifs

$(-5)-(+7)=(-5)+(-7)=-12$ « Retrancher par un nombre revient à ajouter son opposé »

$(+5)-(-11)=(+5)+(+11)=+16$

$(-3)-(+7)=(-3)+(-7)=-10$

$(-9)-(-15)=(-9)+(+15)=6$

$(+12)-(+18)=(+12)+(-18)=-6$

$(+19)-(-12)=(+19)+(+12)=31$

$(-5)-(+7)=-5-7=-12$ car $-$ suivi de $+$ donne $-$.

$(+5)-(-11)=5+11=16$ car $-$ suivi de $-$ donne $+$.

- Multiplication de nombres relatifs

$(-5)\times(-7)=+35$

$(+12)\times(-5)=-60$

$(-7)\times(-8)=+56$

$(-1{,}5)\times(+100)=-150$

Il faut donc connaître la règle des signes :

$-$ par $-$ donne $+$

$+$ par $-$ donne $-$

$-$ par $+$ donne $-$

$+$ par $+$ donne $+$

- Développement simple ou distributivité $k(a+b)=ka+kb$

$3(5+x)=3\times 5+3\times x=15+3x$	$-3(x+4)=-3x-12$
$-2(-5+2y)=10-4y$	$5(-5+3x)=-25+15x$
$-4(-2x+7)=8x-28$	$2(-1-x)=-2-2x$
$-9(-8x-3y)=72x+27y$	$-(2x-8)=-1\times(2x-8)=-2x+8$

6/ Mise en équation

Énoncé du problème

Brandon a 5 ans de plus que Latifa et Mathieu a 3 ans de moins que Latifa. La somme de leurs âges est 59 . Quels sont leurs âges ?

Méthode de résolution

- 1ère étape : « Choix de l'inconnue »
  x représente l'âge de Latifa.

- 2ème étape : « On traduit l'énoncé par des expressions mathématiques »
  Brandon a $x+5$ ans car il a 5 ans de plus que Latifa. Mathieu a $x-3$ ans car il a 3 ans de moins que Latifa.

- 3ème étape : « Mise en équation »
  Puisque la somme de leurs âges est égale à 59 ans, on obtient l'équation suivante à résoudre :
  $x+(x+5)+(x-3)=59$
  ou bien
  $x+x+5+x-3=59$
  $3x+2=59$
  $3x+\cancel{2}-\cancel{\mathbf{2}}=59-\mathbf{2}$
  $3x=57$
  $x=\frac{57}{3}=19$

- 4ème étape : « Conclusion »
  Latifa a 19 ans, Brandon a 19+5=24 ans et Mathieu a 19-3=16 ans. On vérifie que 19+24+16=59.

Pour lundi 27/09

Contrôle toute l'heure

Pour mardi 28/09

Apporter compas et rapporteur !